Insulator, conductor and commensurability : a topological approach

AUTHOR(S):

押川, 正毅

Insulator, conductor and commensurability: a topological approach

東京工業大学 物性物理学専攻　押川 正毅 [1]

1 はじめに

格子上の量子多体系について、粒子数と格子構造の整合性は系の性質に大きな影響を及ぼす。

1 次元系では、Lieb-Schultz-Mattis(LSM) による議論 [1] が実は粒子数の整合性に関連していることが最近 [2, 3] 指摘された。それによると、粒子数が非整合である場合、長さ L の有限系では $O(1/L)$ の低エネルギー状態が存在する。この低エネルギー状態は、熱力学的極限におけるギャップレス励起に対応するか、または並進対称性の自発的破れに伴うものと理解できる。2 次元以上では、LSM の議論はそのままでは拡張できないが、Aharanov-Bohm 磁束の断熱的挿入に伴うエネルギースペクトルの変化についてある仮定を行うと同様の結論が得られる [4]。しかし、以上の議論では系の伝導特性との関係は全く議論されていないので、今回 Kohn の議論 [5] も参考にして伝導特性と整合性の関係を調べた [6]。

2 方法

系が絶対零度において導体か絶縁体であるかは Drude 重みによって判別できる。Drude 重み D は、複素伝導率 $\sigma(\vec{q},\omega)$ について

$$\sigma(\vec{q}=0,\omega) = i\frac{D}{\pi}\frac{1}{\omega+i\delta} + \sigma_{reg}(\omega) \tag{1}$$

によって定義される。ただし δ は正の無限小量、σ_{reg} は ω の実軸上で特異性のない関数である。一方、系が $t<0$ で基底状態にあったとし、$t>0$ で一様な電場 E を加えることを考える。このとき $D(t) = \langle j(t)\rangle/(Et)$ を定義すると、$D(t)$ は t の大きい極限で D に収束する。ただし、$\langle j(t)\rangle$ は電流の時刻 t における期待値を表す。後の便宜のため

$$\bar{D} = \frac{2}{T^2}\int_0^T tD(t)dt \tag{2}$$

を定義するが、これも T の大きい極限で D に収束すると考えられる。これらの定義は、線形応答理論が有効である限り通常の定義と等価である。以下では、周期的境界条件を課した有限系につ

[1] E-mail: oshikawa@stat.phys.titech.ac.jp

いて考える。このとき、Aharanov-Bohm 磁束を増加させることによって系に電場を印加することができる。

さて、電流は Hamiltonian の時間変化に比例することに注目すると、

$$\bar{D} = \frac{2L_x^2}{\Phi^2 V}\left[\langle\mathcal{H}\rangle_{t=T} - \langle\mathcal{H}\rangle_{t=0}\right] \tag{3}$$

となる。ただし、Φ は時刻 T における Aharanov-Bohm 磁束、$\langle\mathcal{H}\rangle_t$ は時刻 t におけるエネルギーの期待値である。また、L_x は系の電場を掛ける方向への長さ、V は系の体積である。

ここで、文献 [4] と同様に、時刻 T でちょうど一磁束量子を挿入するような過程を考える。このとき、スカラーポテンシャルをゼロとするゲージでは運動量は保存されるが、磁束量子挿入後の Hamiltonian は元のものと異なってしまう。そこで、いわゆる large ゲージ変換を行うと Hamiltonian は元に戻るが、変換後の運動量は粒子数が非整合であると基底状態の運動量とは異なる。従って、ΔE を、基底状態からこの運動量を持つ最低励起状態への（有限系における）ギャップとすると、

$$D \leq \frac{2L_x^2}{\Phi_0^2 V}\Delta E \tag{4}$$

を得る。

3　考察

1 次元系では、$L_x = L = V$ であるので、熱力学的極限で絶縁体であるためには、$\Delta E = o(1/L)$、すなわち $1/L$ よりも速くゼロに収束しなくてはならない。これは絶縁体のみに対して成立する、元の LSM よりも強い結果である。2 次元の絶縁体については、同様の考察で $\Delta E = o(1)$ を得る。すなわち、低エネルギー状態が存在するがゼロに収束する速さについては何も言えない。これは文献 [4] の結論と同じだが、異なる仮定に基づくものである。3 次元以上については残念ながら何の結論も得られない。

これらの結果は、既知の絶縁体と矛盾しないものである。このように、整合性条件と系の伝導特性はトポロジカルな機構を通じて密接に関係していると考えられる。

参考文献

[1] E. H. Lieba, T. Schultz, and D. J. Mattis, Ann. Phys. (N.Y.), **16** (1961), 407.

[2] M. Oshikawa, M. Yamanaka, and I. Affleck, Phys. Rev. Lett. **78** (1997), 1984.

[3] M. Yamanaka, M. Oshikawa, and I. Affleck, Phys. Rev. Lett. **79** (1997), 1110.

[4] M. Oshikawa, Phys. Rev. Lett. **84** (2000), 1535.

[5] W. Kohn, Phys. Rev. **133** (1963), A171.

[6] M. Oshikawa, cond-mat/0301338